

1) Si calcolino, se esistono, tutte le soluzioni intere del sistema di congruenze
 e numeri:
$$\begin{cases} 3x \equiv 2 \pmod{8} \\ 7x \equiv 5 \pmod{9} \\ 8x \equiv 6 \pmod{11} \end{cases}$$

2) Si provino le seguenti proprietà, mediante il principio di induzione:

a) Per ogni $n \geq 4$ $2^n < n!$

b) Per ogni $n \in \mathbb{N}^*$ $n^3 - n \equiv 0 \pmod{3}$

3) Applicando il crivello di Eratostene, si calcoli la fattorizzazione
 unica del numero $n = 2497$. Si calcoli l'espansione di n su
 base 5.

4) Si consideri la formula $\exists y (y^2 = x)$.

Si stabilisca se \exists è vera in $(\mathbb{R}, +)$ e in $(\mathbb{R}^+, +)$, dove

$\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}$. Si provi che \exists è vera
 in $(\mathbb{Z}, +)$.

5) Si consideri la relazione R su \mathbb{Z} così definita: per ogni $a, b \in \mathbb{Z}$
 $a R b \Leftrightarrow (2 \nmid a+b, 2 \mid b)$ oppure $(2 \mid a+b, b \leq a)$.

Si stabilisca se R è riflessiva, transitiva e si calcoli

$H = \{a \in \mathbb{Z}; a R 1\}$.

6) Si verifichi che l'insieme $A = \{n \in \mathbb{N}^*; n \leq 6\}$ è un sottoinsieme
 di $(\mathbb{N}^*, |)$. Si disegni il diagramma di Hasse di $(A, |)$,

si provi che A è ristretto e si elencino gli elementi dotati di

complemento. Si trovi una relazione di ordine totale compatibile
 con $|$.