

Atzeni, Ceri, Paraboschi, Torlone
Basi di dati
McGraw-Hill, 1999

Capitolo 3:

ALGEBRA E CALCOLO
RELAZIONALE

09/10/2001

Linguaggi per basi di dati

- operazioni sullo schema
 - DDL: data definition language
- operazioni sui dati
 - DML: data manipulation language
 - interrogazione ("query")
 - aggiornamento

Linguaggi di interrogazione per basi di dati relazionali

- **Dichiarativi**
 - specificano le proprietà del risultato ("che cosa")
- **Procedurali**
 - specificano le modalità di generazione del risultato ("come")

Linguaggi di interrogazione

- **Algebra relazionale**: procedurale
- **Calcolo relazionale**:
dichiarativo (teorico)
- **SQL** (Structured Query Language):
parzialmente dichiarativo (reale)
- **QBE** (Query by Example):
dichiarativo (reale)

Algebra relazionale

- **Insieme di operatori**
 - **su relazioni**
 - **che producono relazioni**
 - **e possono essere composti**

Operatori dell'algebra relazionale

- **unione, intersezione, differenza**
- **ridenominazione**
- **selezione**
- **proiezione**
- **join (join naturale, prodotto cartesiano, theta-join)**

Operatori insiemistici

- le relazioni sono insiemi
- i risultati debbono essere relazioni
- è possibile applicare **unione**, **intersezione**, **differenza** solo a relazioni definite sugli stessi attributi

Unione

Laureati

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Quadri

Matricola	Nome	Età
9297	Neri	33
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Laureati \cup Quadri

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45
9297	Neri	33

Intersezione

Laureati

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Quadri

Matricola	Nome	Età
9297	Neri	33
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Laureati \cap Quadri

Matricola	Nome	Età
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Differenza

Laureati

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Quadri

Matricola	Nome	Età
9297	Neri	33
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Laureati – Quadri

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42

Una unione sensata ma impossibile

Paternità

Padre	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

Maternità

Madre	Figlio
Eva	Abele
Eva	Set
Sara	Isacco

Paternità \cup Maternità

??

Ridenominazione

- operatore monadico (con un argomento)
- "modifica lo schema" lasciando inalterata l'istanza dell'operando

Paternità

Padre	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

REN_{Genitore ← Padre} (Paternità)

Genitore	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

Paternità

REN_{Genitore ← Padre} (Paternità)

Padre	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

Genitore	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

Maternità

REN_{Genitore ← Madre} (Maternità)

Madre	Figlio
Eva	Abele
Eva	Set
Sara	Isacco

Genitore	Figlio
Eva	Abele
Eva	Set
Sara	Isacco

Genitore ← Padre **(Paternità)**

Genitore	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

Genitore ← Padre **(Paternità)**

Genitore ← Madre **(Maternità)**

Genitore ← Madre **(Maternità)**

Genitore	Figlio
Eva	Abele
Eva	Set
Sara	Isacco

Genitore	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco
Eva	Abele
Eva	Set
Sara	Isacco

Impiegati

Cognome	Ufficio	Stipendio
Rossi	Roma	55
Neri	Milano	64

Operai

Cognome	Fabbrica	Salario
Bruni	Monza	45
Verdi	Latina	55

Retribuzione ← Ufficio, Stipendio (Impiegati)

Retribuzione ← Fabbrica, Salario (Operai)

Cognome	Sede	Retribuzione
Rossi	Roma	55
Neri	Milano	64
Bruni	Monza	45
Verdi	Latina	55

Selezione

- **operatore monadico**
- **produce un risultato che**
 - **ha lo stesso schema dell'operando**
 - **contiene un sottoinsieme delle ennuple dell'operando,**
 - **quelle che soddisfano una condizione**

Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
7309	Rossi	Roma	55
5998	Neri	Milano	64
9553	Milano	Milano	44
5698	Neri	Napoli	64

- impiegati che
 - guadagnano più di 50
 - guadagnano più di 50 e lavorano a Milano
 - hanno lo stesso nome della filiale presso cui lavorano

Selezione, sintassi e semantica

- sintassi

SEL *Condizione* (*Operando*)

- **Condizione**: espressione booleana (come quelle dei vincoli di ennupla)

- semantica

- il risultato contiene le ennuple dell'operando che soddisfano la condizione

- impiegati che guadagnano più di 50

Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
7309	Rossi	Roma	55
5998	Neri	Milano	64
5698	Neri	Napoli	64

SEL_{Stipendio > 50} (Impiegati)

- impiegati che guadagnano più di 50 e lavorano a Milano

Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
5998	Neri	Milano	64

SEL_{Stipendio > 50 AND Filiale = 'Milano'} (Impiegati)

- impiegati che hanno lo stesso nome della filiale presso cui lavorano

Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
9553	Milano	Milano	44

SEL $\text{Cognome} = \text{Filiale}(\text{Impiegati})$

Selezione con valori nulli

Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Età
7309	Rossi	Roma	32
5998	Neri	Milano	45
9553	Bruni	Milano	NULL

SEL_{Età > 40} (Impiegati)

- la condizione atomica è vera solo per valori non nulli

Un risultato non desiderabile

$$\text{SEL}_{\text{Età}>30}(\text{Persone}) \cup \text{SEL}_{\text{Età}\leq 30}(\text{Persone}) \neq \text{Persone}$$

- Perché? Perché le selezioni vengono valutate separatamente!
- Ma anche

$$\text{SEL}_{\text{Età}>30 \vee \text{Età}\leq 30}(\text{Persone}) \neq \text{Persone}$$

- Perché? Perché anche le condizioni atomiche vengono valutate separatamente!

SEL_{Età > 40} (Impiegati)

- la condizione atomica è vera solo per valori non nulli
- per riferirsi ai valori nulli esistono forme apposite di condizioni:

IS NULL

IS NOT NULL

- si potrebbe usare (ma non serve) una "logica a tre valori" (vero, falso, sconosciuto)

- A questo punto:

$$\text{SEL}_{\text{Età}>30}(\text{Persone}) \cup \text{SEL}_{\text{Età}\leq 30}(\text{Persone}) \cup \text{SEL}_{\text{Età IS NULL}}(\text{Persone})$$
$$=$$
$$\text{SEL}_{\text{Età}>30 \vee \text{Età}\leq 30 \vee \text{Età IS NULL}}(\text{Persone})$$
$$=$$
$$\text{Persone}$$

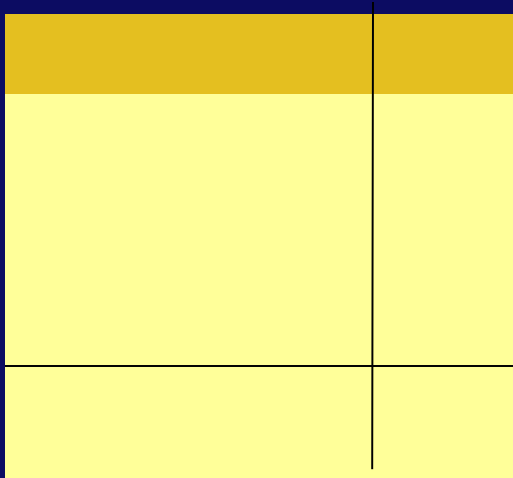
Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Età
5998	Neri	Milano	45
9553	Bruni	Milano	NULL

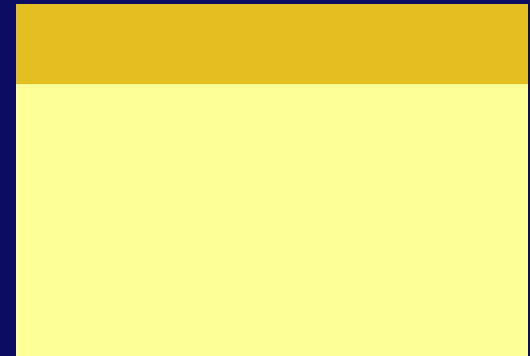
SEL (Età > 40) OR (Età IS NULL) **(Impiegati)**

Selezione e proiezione

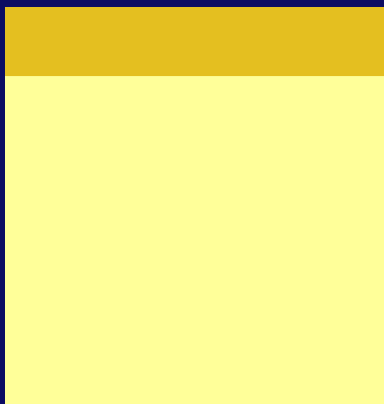
- operatori "ortogonali"
- **selezione:**
 - decomposizione orizzontale
- **proiezione:**
 - decomposizione verticale



selezione



proiezione



Proiezione

- **operatore monadico**
- **produce un risultato che**
 - **ha parte degli attributi dell'operando**
 - **contiene ennuple cui contribuiscono tutte le ennuple dell'operando**

Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
7309	Neri	Napoli	55
5998	Neri	Milano	64
9553	Rossi	Roma	44
5698	Rossi	Roma	64

- per tutti gli impiegati:
 - matricola e cognome
 - cognome e filiale

Proiezione, sintassi e semantica

- sintassi

PROJ_{ListaAttributi} (Operando)

- semantica

- il risultato contiene le ennuple ottenute da tutte le ennuple dell'operando ristrette agli attributi nella lista

- **matricola e cognome di tutti gli impiegati**

Matricola	Cognome
7309	Neri
5998	Neri
9553	Rossi
5698	Rossi

PROJ Matricola, Cognome **(Impiegati)**

- **cognome e filiale di tutti gli impiegati**

Cognome	Filiale
Neri	Napoli
Neri	Milano
Rossi	Roma

PROJ Cognome, Filiale **(Impiegati)**

Cardinalità delle proiezioni

- una proiezione
 - contiene al più tante ennuple quante l'operando
 - può contenerne di meno
- se X è una superchiave di R , allora $\text{PROJ}_X(R)$ contiene esattamente tante ennuple quante R

Selezione e proiezione

- **Combinando selezione e proiezione, possiamo estrarre interessanti informazioni da una relazione**

- **matricola e cognome degli impiegati che guadagnano più di 50**

Matricola	Cognome
7309	Rossi
5998	Neri
5698	Neri

J **Matricola,Cognome** (**SEL** **Stipendio > 50** **(Impiegati)**)

- **Combinando selezione e proiezione, possiamo estrarre informazioni da **una** relazione**
- **non possiamo però correlare informazioni presenti in relazioni diverse**

Join

- **il join è l'operatore più interessante dell'algebra relazionale**
- **permette di correlare dati in relazioni diverse**

Prove scritte in un concorso pubblico

- **I compiti sono anonimi e ad ognuno è associata una busta chiusa con il nome del candidato**
- **Ciascun compito e la relativa busta vengono contrassegnati con uno stesso numero**

1 25

2 13

3 27

4 28

1 Mario Rossi

2 Nicola Russo

3 Mario Bianchi

4 Remo Neri

Mario Rossi 25

Nicola Russo 13

Mario Bianchi 27

Remo Neri 28

Numero	Voto
1	25
2	13
3	27
4	28

Numero	Candidato
1	Mario Rossi
2	Nicola Russo
3	Mario Bianchi
4	Remo Neri

Numero	Candidato	Voto
1	Mario Rossi	25
2	Nicola Russo	13
3	Mario Bianchi	27
4	Remo Neri	28

Join naturale

- operatore binario (generalizzabile)
- produce un risultato
 - sull'unione degli attributi degli operandi
 - con ennuple costruite ciascuna a partire da una ennupla di ognuno degli operandi

Join, sintassi e semantica

- $R_1(X_1), R_2(X_2)$
- $R_1 \text{ JOIN } R_2$ è una relazione su X_1X_2

$\{ t \text{ su } X_1X_2 \mid \text{esistono } t_1 \in R_1 \text{ e } t_2 \in R_2$
con $t[X_1] = t_1$ e $t[X_2] = t_2 \}$

Impiegato	Reparto
Rossi	A
Neri	B
Bianchi	B

Reparto	Capo
A	Mori
B	Bruni

Impiegato	Reparto	Capo
Rossi	A	Mori
Neri	B	Bruni
Bianchi	B	Bruni

- ogni ennupla contribuisce al risultato:
 - join **completo**

Un join non completo

Impiegato	Reparto	Reparto	Capo
Rossi	A	B	Mori
Neri	B	C	Bruni
Bianchi	B		

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	B	Mori
Bianchi	B	Mori

Un join vuoto

Impiegato	Reparto	Reparto	Capo
Rossi	A	D	Mori
Neri	B	C	Bruni
Bianchi	B		

Impiegato Reparto Capo

Un join completo, con $n \times m$ ennuple

Impiegato	Reparto
Rossi	B
Neri	B

Reparto	Capo
B	Mori
B	Bruni

Impiegato	Reparto	Capo
Rossi	B	Mori
Rossi	B	Bruni
Neri	B	Mori
Bianchi	B	Bruni

Cardinalità del join

- Il join di R_1 e R_2 contiene un numero di ennuple compreso fra zero e il prodotto di $|R_1|$ e $|R_2|$
- se il join coinvolge una chiave di R_2 , allora il numero di ennuple è compreso fra zero e $|R_1|$
- se il join coinvolge una chiave di R_2 e un vincolo di integrità referenziale, allora il numero di ennuple è pari a $|R_1|$

Cardinalità del join, esempi

- $R_1(A,B)$, $R_2(B,C)$

- in generale

$$0 \leq |R_1 \text{ JOIN } R_2| \leq |R_1| \times |R_2|$$

- se B è chiave in R_2

$$0 \leq |R_1 \text{ JOIN } R_2| \leq |R_1|$$

- se B è chiave in R_2 ed esiste vincolo di integrità referenziale fra B (in R_1) e R_2 :

$$|R_1 \text{ JOIN } R_2| = |R_1|$$

Join, una difficoltà

Impiegato	Reparto	Reparto	Capo
Rossi	A	B	Mori
Neri	B	C	Bruni
Bianchi	B		

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	B	Mori
Bianchi	B	Mori

- alcune ennuple non contribuiscono al risultato: vengono "tagliate fuori"

Join esterno

- Il join **esterno** estende, con valori nulli, le ennuple che verrebbero tagliate fuori da un join (**interno**)
- esiste in tre versioni:
 - **sinistro, destro, completo**

Join esterno

- **sinistro**: mantiene tutte le ennuple del primo operando, estendendole con valori nulli, se necessario
- **destro**: ... del secondo operando ...
- **completo**: ... di entrambi gli operandi ...

Impiegati

Impiegato	Reparto
Rossi	A
Neri	B
Bianchi	B

Reparti

Reparto	Capo
B	Mori
C	Bruni

Impiegati JOIN_{LEFT} Reparti

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	B	Mori
Bianchi	B	Mori
Rossi	A	NULL

Impiegati

Impiegato	Reparto
Rossi	A
Neri	B
Bianchi	B

Reparti

Reparto	Capo
B	Mori
C	Bruni

Impiegati JOIN_{RIGHT} Reparti

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	B	Mori
Bianchi	B	Mori
NULL	C	Bruni

Impiegati

Impiegato	Reparto
Rossi	A
Neri	B
Bianchi	B

Reparti

Reparto	Capo
B	Mori
C	Bruni

Impiegati JOIN_{FULL} Reparti

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	B	Mori
Bianchi	B	Mori
Rossi	A	NULL
NULL	C	Bruni

Join e proiezioni

Impiegato	Reparto
Rossi	A
Neri	B
Bianchi	B

Reparto	Capo
B	Mori
C	Bruni

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	B	Mori
Bianchi	B	Mori

Impiegato	Reparto
Neri	B
Bianchi	B

Reparto	Capo
B	Mori

Proiezioni e join

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	B	Mori
Bianchi	B	Bruni
Verdi	A	Bini

Impiegato	Reparto
Neri	B
Bianchi	B
Verdi	A

Reparto	Capo
B	Mori
B	Bruni
A	Bini

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	B	Mori
Bianchi	B	Bruni
Neri	B	Bruni
Bianchi	B	Mori
Verdi	A	Bini

Join e proiezioni

- $R_1(X_1), R_2(X_2)$

$$\text{PROJ}_{X_1}(R_1 \text{ JOIN } R_2) \subseteq R_1$$

- $R(X), X = X_1 \cup X_2$

$$(\text{PROJ}_{X_1}(R)) \text{ JOIN } (\text{PROJ}_{X_2}(R)) \supseteq R$$

Prodotto cartesiano

- **un join naturale su relazioni senza attributi in comune**
- **contiene sempre un numero di ennuple pari al prodotto delle cardinalità degli operandi (le ennuple sono tutte combinabili)**

Impiegati

Impiegato	Reparto
Rossi	A
Neri	B
Bianchi	B

Reparti

Codice	Capo
A	Mori
B	Bruni

Impiegati JOIN Reparti

Impiegato	Reparto	Codice	Capo
Rossi	A	A	Mori
Rossi	A	B	Bruni
Neri	B	A	Mori
Neri	B	B	Bruni
Bianchi	B	A	Mori
Bianchi	B	B	Bruni

- Il prodotto cartesiano, in pratica, ha senso solo se seguito da selezione:

$SEL_{Condizione} (R_1 JOIN R_2)$

- L'operazione viene chiamata **theta-join** e indicata con

$R_1 JOIN_{Condizione} R_2$

Perché "theta-join"?

- La condizione **C** è spesso una congiunzione (**AND**) di atomi di confronto $A_1 \vartheta A_2$ dove ϑ è uno degli operatori di confronto ($=, >, <, \dots$)
- se l'operatore è sempre l'uguaglianza ($=$) allora si parla di **equi-join**

Impiegati

Impiegato	Reparto
Rossi	A
Neri	B
Bianchi	B

Reparti

Codice	Capo
A	Mori
B	Bruni

Impiegati JOIN_{Reparto=Codice} Reparti

Impiegato	Reparto	Codice	Capo
Rossi	A	A	Mori
Neri	B	B	Bruni
Bianchi	B	B	Bruni

Impiegati

Impiegato	Reparto
Rossi	A
Neri	B
Bianchi	B

Reparti

Reparto	Capo
A	Mori
B	Bruni

Impiegati JOIN Reparti

Join naturale ed equi-join

Impiegati

Impiegato Reparto

Reparti

Reparto Capo

Impiegati JOIN Reparti

PROJ_{Impiegato,Reparto,Capo} (**SEL**_{Reparto=Codice}
(**Impiegati JOIN** **REN**_{Codice ← Reparto} (**Reparti**)))

Esempi

Impiegati

Matricola	Nome	Età	Stipendio
7309	Rossi	34	45
5998	Bianchi	37	38
9553	Neri	42	35
5698	Bruni	43	42
4076	Mori	45	50
8123	Lupi	46	60

Supervisione

Impiegato	Capo
7309	5698
5998	5698
9553	4076
5698	4076
4076	8123

- **Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni**

SEL_{Stipendio>40}(Impiegati)

Matricola	Nome	Età	Stipendio
7309	Rossi	34	45
5698	Bruni	43	42
4076	Mori	45	50
8123	Lupi	46	60

SEL_{Stipendio>40}(Impiegati)

- **Trovare matricola, nome ed età degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni**

PROJ_{Matricola, Nome, Età} (**SEL**_{Stipendio>40}(**Impiegati**))

Matricola	Nome	Età
7309	Rossi	34
5698	Bruni	43
4076	Mori	45
8123	Lupi	46

PROJ_{Matricola, Nome, Età}
(SEL_{Stipendio>40}(Impiegati))

- **Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni**

```
PROJCapo (Supervisione  
JOIN Impiegato=Matricola  
(SELStipendio>40(Impiegati)))
```


- **Trovare nome e stipendio dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni**

```
PROJNome,Stipendio (  
Impiegati JOINMatricola=Capo  
PROJCapo(Supervisione  
JOINImpiegato=Matricola (SELStipendio>40(Impiegati))))
```

- Trovare gli impiegati che guadagnano più del proprio capo, mostrando matricola, nome e stipendio dell'impiegato e del capo

```

PROJ Matr, Nome, Stip, MatrC, NomeC, StipC
      (SEL Stipendio > StipC (
REN MatrC, NomeC, StipC, EtàC ← Matr, Nome, Stip, Età (Impiegati)
      JOIN MatrC = Capo
      (Supervisione JOIN Impiegato = Matricola Impiegati)))
  
```

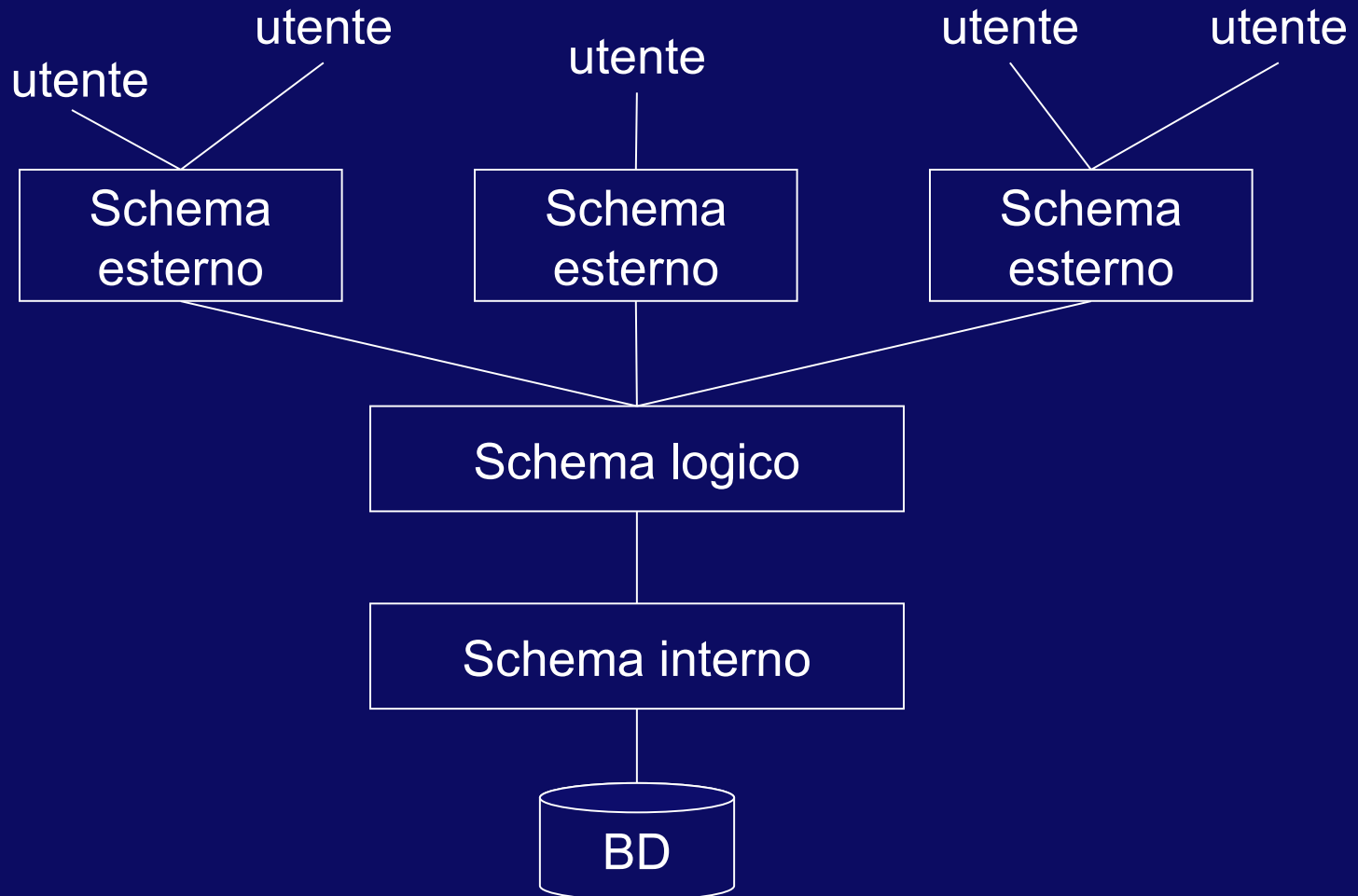
- Trovare le matricole dei capi i cui impiegati guadagnano **tutti** più di 40 milioni

```
PROJ_Capo (Supervisione) -  
  PROJ_Capo (Supervisione  
    JOIN Impiegato=Matricola  
      (SEL_Stipendio ≤ 40 (Impiegati)))
```

Viste (relazioni derivate)

- Rappresentazioni diverse per gli stessi dati (**schema esterno**)
- **Relazioni derivate:**
 - relazioni il cui contenuto è funzione del contenuto di altre relazioni (definito per mezzo di interrogazioni)
- **Relazioni di base:** contenuto autonomo
- Le relazioni derivate possono essere definite su altre derivate, ma ...

Architettura standard (ANSI/SPARC) a tre livelli per DBMS



Viste virtuali e materializzate

- Due tipi di relazioni derivate:
 - viste materializzate
 - relazioni virtuali (o **viste**)

Viste materializzate

- relazioni **derivate** memorizzate nella base di dati
 - vantaggi:
 - immediatamente disponibili per le interrogazioni
 - svantaggi:
 - ridondanti
 - appesantiscono gli aggiornamenti
 - non sono supportate dai DBMS



Viste virtuali

- **relazioni virtuali (o viste):**
 - sono supportate dai DBMS
 - una interrogazione su una vista viene eseguita "ricalcolando" la vista (o quasi)

Viste, esempio

Afferenza

Impiegato	Reparto
Rossi	A
Neri	B
Bianchi	B
Bianchi	B

Direzione

Reparto	Capo
A	Mori
B	Bruni
B	Bruni

- una vista:

Supervisione =

PROJ_{Impiegato, Capo} (Afferenza JOIN Direzione)

Interrogazioni sulle viste

- Sono eseguite sostituendo alla vista la sua definizione:

SEL_{Capo='Leoni'} (Supervisione)

viene eseguita come

SEL_{Capo='Leoni'} (
PROJ_{Impiegato, Capo} (Afferenza JOIN Direzione))

Viste, motivazioni

- **Schema esterno: ogni utente vede solo**
 - **ciò che gli interessa e nel modo in cui gli interessa, senza essere distratto dal resto**
 - **ciò che e' autorizzato a vedere (autorizzazioni)**
- **Strumento di programmazione:**
 - **si può semplificare la scrittura di interrogazioni: espressioni complesse e sottoespressioni ripetute**
- **Utilizzo di programmi esistenti su schemi ristrutturati**

Invece:

- **L'utilizzo di viste non influisce sull'efficienza delle interrogazioni**



Viste come strumento di programmazione

- Trovare gli impiegati che hanno lo stesso capo di Rossi
- Senza vista:

```
PROJ Impiegato (Afferenza JOIN Direzione) JOIN
      REN ImpR,RepR ← Imp,Reparto (
      SEL Impiegato='Rossi' (Afferenza JOIN Direzione))
```

- Con la vista:

```
PROJ Impiegato (Supervisione) JOIN
      REN ImpR,RepR ← Imp,Reparto (
      SEL Impiegato='Rossi' (Supervisione))
```



Viste e aggiornamenti, attenzione

Afferenza

Impiegato	Reparto
Rossi	A
Neri	B
Verdi	A

Direzione

Reparto	Capo
A	Mori
B	Bruni
C	Bruni

Supervisione

Impiegato	Capo
Rossi	Mori
Neri	Bruni
Verdi	Mori

- Vogliamo inserire, nella vista, il fatto che Lupi ha come capo Bruni; oppure che Belli ha come capo Falchi; come facciamo?

Viste e aggiornamenti

- **"Aggiornare una vista":**
 - **modificare le relazioni di base in modo che la vista, "ricalcolata" rispecchi l'aggiornamento**
- **L'aggiornamento sulle relazioni di base corrispondente a quello specificato sulla vista deve essere univoco**
- **In generale però non è univoco!**
- **Ben pochi aggiornamenti sono ammissibili sulle viste**

Calcolo relazionale

- Una famiglia di linguaggi **dichiarativi**, basati sul calcolo dei predicati del primo ordine
- **Diverse versioni:**
 - **calcolo relazionale su domini**
 - **calcolo su ennuple con dichiarazioni di range**

Calcolo su domini, sintassi e semantica

- Le espressioni hanno la forma:

$$\{ A_1: x_1, \dots, A_k: x_k \mid f \}$$

- f e' una formula (con connettivi booleani e quantificatori)
- $A_1: x_1, \dots, A_k: x_k$ "target list":
 - A_1, \dots, A_k attributi distinti (anche non nella base di dati)
 - x_1, \dots, x_k variabili distinte
- Semantica: il risultato e' una relazione su A_1, \dots, A_k che contiene ennuple di valori per x_1, \dots, x_k che rendono vera la formula f

Commenti

- **Differenze rispetto al calcolo dei predicati (per chi lo conosce):**
 - **simboli di predicato**
 - **relazioni nella base di dati**
 - **predicati "standard" predefiniti (=, >, ...)**
 - **non ci sono "simboli di funzione"**
 - **interessano (quasi) solo "formule aperte"**
 - **utilizziamo notazione non posizionale**

Base di dati per gli esempi

Impiegati(Matricola, Nome, Età, Stipendio)
Supervisione(Capo, Impiegato)

Esempio 0a

- Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni

SEL_{Stipendio>40}(Impiegati)

**{ Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s |
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e,
Stipendio: s) \wedge s > 40 }**

Esempio 0b

- Trovare matricola, nome ed età di tutti gli impiegati

PROJ_{Matricola, Nome, Età}(Impiegati)

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e |
 $\exists s$ (Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e,
Stipendio: s))}

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e |
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}

Esempio 1

- Trovare matricola, nome ed età degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni

PROJ_{Matricola, Nome, Età} (**SEL**_{Stipendio>40} (**Impiegati**))

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e |
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)
^ s > 40 }

Esempio 2

- Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni

PROJ_{Capo} (**Supervisione JOIN**_{Impiegato=Matricola}
(SEL_{Stipendio>40}**(Impiegati)))**

**{ Capo: c | Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) ∧
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)
∧ s > 40 }**

Esempio 3

- Trovare nome e stipendio dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni

```
PROJNomeC,StipC (RENMatrC,NomeC,StipC,EtàC←Matr,Nome,Stip,Età (Impiegati)  
                JOINMatrC=Capo  
                (Supervisione JOINImpiegato=Matricola  
                (SELStipendio>40 (Impiegati))))
```

```
{ NomeC: nc, StipC: sc |  
  Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧  
    s > 40 ∧ Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) ∧  
  Impiegati(Matricola:c, Nome:nc, Età:ec, Stipendio: sc) }
```

Esempio 4

- Trovare gli impiegati che guadagnano più del rispettivo capo, mostrando matricola, nome e stipendio di ciascuno di essi e del capo

```
PROJMatr, Nome, Stip, MatrC, NomeC, StipC  
(SELStipendio > StipC (RENMatrC, NomeC, StipC, EtàC ←  
Matr, Nome, Stip, Età (Impiegati)  
JOINMatrC=Capo  
(Supervisione JOINImpiegato=Matricola ( (Impiegati))))
```

```
{ Matr: m, Nome: n, Stip: s, MatrC: c, NomeC: nc, StipC: sc |  
  Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ^  
  Supervisione(Capo: c, Impiegato: m) ^  
  Impiegati(Matricola: c, Nome: nc, Età: ec, Stipendio: sc) ^ s > sc }
```


Esempio 5

- Trovare matricola e nome dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più di 40 milioni.

PROJ_{Matricola, Nome} (**Impiegati** **JOIN**_{Matricola=Capo}
(**PROJ**_{Capo} (**Supervisione**)) -
PROJ_{Capo} (**Supervisione** **JOIN**_{Impiegato=Matricola} (
SEL_{Stipendio ≤ 40} (**Impiegati**))))))

{Matricola: c, Nome: n |
Impiegati(Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧
Supervisione(Capo:c, Impiegato:m) ∧
¬ ∃m'(∃n'(∃e'(∃s'(Impiegati(Matr: m', Nome: n', Età: e', Stip: s') ∧
Supervisione(Capo:c, Impiegato:m') ∧ s' ≤ 40))))))}

Quantificatori esistenziali o universali?

- Sono intercambiabili, per le leggi di De Morgan:

$$\{ \text{Matricola: } c, \text{ Nome: } n \mid \\ \text{Impiegati}(\text{Matricola: } c, \text{ Nome: } n, \text{ Et\`a: } e, \text{ Stipendio: } s) \wedge \\ \text{Supervisione}(\text{Capo: } c, \text{ Impiegato: } m) \wedge \\ \neg \exists m'(\exists n'(\exists e'(\exists s'(\text{Impiegati}(\text{Matr: } m', \text{ Nome: } n', \text{ Et\`a: } e', \text{ Stip: } s') \wedge \\ \text{Supervisione}(\text{Capo: } c, \text{ Impiegato: } m') \wedge s' \leq 40)))))) \}$$
$$\{ \text{Matricola: } c, \text{ Nome: } n \mid \\ \text{Impiegati}(\text{Matricola: } c, \text{ Nome: } n, \text{ Et\`a: } e, \text{ Stipendio: } s) \wedge \\ \text{Supervisione}(\text{Capo: } c, \text{ Impiegato: } m) \wedge \\ \forall m'(\forall n'(\forall e'(\forall s'(\neg(\text{Impiegati}(\text{Matr: } m', \text{ Nome: } n', \text{ Et\`a: } e', \text{ Stip: } s') \wedge \\ \text{Supervisione}(\text{Capo: } c, \text{ Impiegato: } m')) \vee s' > 40)))))) \}$$

Calcolo su domini, discussione

- Pregi:
 - dichiaratività
- Difetti:
 - "verbosità": tante variabili!
 - espressioni senza senso:

$$\{ A: x \mid \neg R(A: x) \}$$

$$\{ A: x, B: y \mid R(A: x) \}$$

$$\{ A: x, B: y \mid R(A: x) \wedge y=y \}$$

queste espressioni sono "dipendenti dal dominio"
e vorremmo evitarle;

nell'algebra espressioni come queste non sono
formulabili: l'algebra è indipendente dal dominio

Calcolo e algebra

- **Calcolo e algebra sono "equivalenti"**
 - per ogni espressione del calcolo relazionale che sia indipendente dal dominio esiste un'espressione dell'algebra relazionale equivalente a essa
 - per ogni espressione dell'algebra relazionale esiste un'espressione del calcolo relazionale equivalente a essa (e di conseguenza indipendente dal dominio)

Calcolo su ennuple con dichiarazioni di range

- Per superare le limitazioni del calcolo su domini:
 - dobbiamo "ridurre" le variabili; un buon modo: una variabile per ciascuna ennupla
 - far si' che i valori provengano dalla base di dati
- Il **calcolo su ennuple con dichiarazioni di range** risponde ad entrambe le esigenze

Calcolo su ennuple con dichiarazioni di range, sintassi

- Le espressioni hanno la forma:

$\{ \textit{TargetList} \mid \textit{RangeList} \mid \textit{Formula} \}$

- ***RangeList*** elenca le variabili libere della ***Formula*** ognuna con il relativo campo di variabilità (una relazione)
- ***TargetList*** ha elementi del tipo **$Y: x.Z$** (oppure **$x.Z$** o anche **$x.*$**)
- ***Formula*** ha:
 - atomi di confronto **$x.A \vartheta c$** , **$x.A \vartheta y.B$**
 - connettivi
 - quantificatori che associano un range alle variabili

$\exists x(R)(\dots)$ $\forall x(R)(\dots)$

Esempio 0a

- Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni

$SEL_{\text{Stipendio} > 40}(\text{Impiegati})$

$\{ \text{Matricola: } m, \text{ Nome: } n, \text{ Et\`a: } e, \text{ Stipendio: } s \mid$
 $\text{Impiegati}(\text{Matricola: } m, \text{ Nome: } n, \text{ Et\`a: } e, \text{ Stipendio: } s)$
 $\wedge s > 40 \}$

$\{ i.* \mid i(\text{Impiegati}) \mid i.\text{Stipendio} > 40 \}$

Esempio 0b

- Trovare matricola, nome ed età di tutti gli impiegati

PROJ_{Matricola, Nome, Età}(Impiegati)

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e |
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}

{ i.(Matricola, Nome, Età) | i(Impiegati) | }

Esempio 1

- Trovare matricola, nome ed età degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni

PROJ_{Matricola, Nome, Età} (**SEL**_{Stipendio>40} (**Impiegati**))

{ **Matricola: m, Nome: n, Età: e |**
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)
^ s > 40 }

{ i.(Matricola, Nome, Età) | i(Impiegati) | i.Stipendio > 40 }

Esempio 2

- Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni

$\{ \text{Capo: } c \mid \text{Supervisione}(\text{Capo:}c, \text{Impiegato:}m) \wedge$

$\text{Impiegati}(\text{Matricola: } m, \text{Nome: } n, \text{Età: } e, \text{Stipendio: } s) \wedge s > 40 \}$

$\{ s.\text{Capo} \mid i(\text{Impiegati}), s(\text{Supervisione}) \mid i.\text{Matricola}=s.\text{Impiegato} \wedge i.\text{Stipendio} > 40 \}$

Esempio 3

- Trovare nome e stipendio dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni

$\{ \text{NomeC: nc, StipC: sc} \mid$
 $\text{Impiegati}(\text{Matricola: m, Nome: n, Et\grave{a}: e, Stipendio: s})$
 $\wedge s > 40 \wedge$
 $\text{Supervisione}(\text{Capo: c, Impiegato: m}) \wedge$
 $\text{Impiegati}(\text{Matricola: c, Nome: nc, Et\grave{a}: ec, Stipendio: sc}) \}$

$\{ \text{NomeC, StipC: i'.(Nome, Stip)} \mid$
 $i'(\text{Impiegati}), s(\text{Supervisione}), i(\text{Impiegati}) \mid$
 $i'.\text{Matricola} = s.\text{Capo} \wedge i.\text{Matricola} = s.\text{Impiegato} \wedge$
 $i.\text{Stipendio} > 40 \}$

Esempio 4

- Trovare gli impiegati che guadagnano più del rispettivo capo, mostrando matricola, nome e stipendio di ciascuno di essi e del capo

$$\{ \text{Matr: } m, \text{ Nome: } n, \text{ Stip: } s, \text{ NomeC: } nc, \text{ StipC: } sc \mid \\ \text{Impiegati}(\text{Matricola: } m, \text{ Nome: } n, \text{ Et\`a: } e, \text{ Stipendio: } s) \wedge \\ \text{Supervisione}(\text{Capo:c, Impiegato:m}) \wedge \\ \text{Impiegati}(\text{Matricola: } c, \text{ Nome: } nc, \text{ Et\`a: } ec, \text{ Stipendio: } sc) \wedge \\ s > sc \}$$
$$\{ i.(\text{Nome, Matr, Stip}), \text{ NomeC, MatrC, StipC: } i'.(\text{Nome, Matr, Stip}) \mid \\ i'(\text{Impiegati}), s(\text{Supervisione}), i(\text{Impiegati}) \mid \\ i'.\text{Matricola}=s.\text{Capo} \wedge i.\text{Matricola}=s.\text{Impiegato} \wedge i.\text{Stipendio} > \\ i'.\text{Stipendio} \}$$

Esempio 5

- Trovare matricola e nome dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più di 40 milioni.

$$\{ \text{Matricola: } c, \text{ Nome: } n \mid$$
$$\text{Impiegati}(\text{Matricola: } c, \text{ Nome: } n, \text{ Et\`a: } e, \text{ Stipendio: } s) \wedge$$
$$\text{Supervisione}(\text{Capo: } c, \text{ Impiegato: } m) \wedge$$
$$\neg \exists m' (\exists n' (\exists e' (\exists s' (\text{Impiegati}(\text{Matr: } m', \text{ Nome: } n', \text{ Et\`a: } e', \text{ Stip: } s') \wedge$$
$$\text{Supervisione}(\text{Capo: } c, \text{ Impiegato: } m') \wedge s' \leq 40))$$
$$\{ i.(\text{Matricola, Nome}) \mid s(\text{Supervisione}), i(\text{Impiegati}) \mid$$
$$i.\text{Matricola}=s.\text{Capo} \wedge \neg(\exists i'(\text{Impiegati})(\exists s'(\text{Supervisione})$$
$$(s.\text{Capo}=s'.\text{Capo} \wedge s'.\text{Impiegato}=i'.\text{Matricola} \wedge i'.\text{Stipendio} \leq$$
$$40))))\}$$

Attenzione!

- Il calcolo su ennuple con dichiarazioni di range non permette di esprimere alcune interrogazioni importanti, in particolare le unioni:
$$R_1(AB) \cup R_2(AB)$$
- Quale potrebbe essere il range per una variabile?
Oppure due variabili?
- Nota: intersezione e differenza sono esprimibili
- Per questa ragione SQL (che è basato su questo calcolo) prevede un operatore esplicito di unione, ma non tutte le versioni prevedono intersezione e differenza

Calcolo e algebra relazionale: limiti

- Calcolo e algebra sono sostanzialmente equivalenti: l'insieme di interrogazioni con essi esprimibili è quindi significativo; il concetto è **robusto**
- Ci sono però interrogazioni interessanti non esprimibili:
 - calcolo di valori derivati: possiamo solo **estrarre** valori, non calcolarne di nuovi; calcoli di interesse:
 - a livello di ennupla o di singolo valore (conversioni somme, differenze, etc.)
 - su insiemi di ennuple (somme, medie, etc.)
le estensioni sono ragionevoli, le vedremo in SQL
 - interrogazioni inerentemente **ricorsive**, come la **chiusura transitiva**

Chiusura transitiva

Supervisione(Impiegato, Capo)

- Per ogni impiegato, trovare tutti i superiori (cioè il capo, il capo del capo, e così via)

Impiegato	Capo
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi

Impiegato	Superiore
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi
Rossi	Falchi

Chiusura transitiva, come si fa?

- Nell'esempio, basterebbe il join della relazione con se stessa, previa opportuna ridenominazione
- Ma:

Impiegato	Capo
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi
Falchi	Leoni

Impiegato	Superiore
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi
Rossi	Falchi
Lupi	Leoni
Rossi	Leoni

Chiusura transitiva, impossibile!

- Non esiste in algebra e calcolo relazionale la possibilità di esprimere l'interrogazione che, per ogni relazione binaria, ne calcoli la chiusura transitiva
- Per ciascuna relazione, è possibile calcolare la chiusura transitiva, ma con un'espressione ogni volta diversa:
 - quanti join servono?
 - non c'è limite!

Datalog

- Un linguaggio di programmazione logica per basi di dati derivato dal Prolog
- Utilizza predicati di due tipi:
 - **estensionali**: relazioni della base di dati
 - **intensionali**: corrispondono alle viste
- Il linguaggio è basato su **regole** utilizzate per "definire" i predicati estensionali

Datalog, sintassi

- Regole:

testa ← *corpo*

- *testa* è un predicato atomico (intensionale)
- *corpo* è una lista (congiunzione) di predicati atomici
- Le interrogazioni sono specificate per mezzo di predicati atomici (convenzionalmente preceduti da "?")

Esempio -1

- Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che hanno 30 anni

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s |
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)
^ s = 30 }

? Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: 30, Stipendio: s)

Esempio 0a

- Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni

**{ Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s |
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \wedge s > 40 }**

- Serve un predicato intensionale

**ImpRicchi(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \leftarrow
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) , s >40**

? ImpRicchi(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)

Esempio 0b

- Trovare matricola, nome ed età di tutti gli impiegati

PROJ_{Matricola, Nome, Età}(Impiegati)

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e |
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}

InfoPubbliche(Matricola: m, Nome: n, Età: e)

← **Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) , s >40**

? **InfoPubbliche(Matricola: m, Nome: n, Età: e)**

Esempio 2

- Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 milioni

$\{ \text{Capo: } c \mid \text{Supervisione}(\text{Capo:}c, \text{Impiegato:}m) \wedge$
 $\text{Impiegati}(\text{Matricola: } m, \text{Nome: } n, \text{Età: } e, \text{Stipendio: } s) \wedge s > 40 \}$

CapiDeiRicchi (Capo:c) ←

ImpRicchi(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s),
Supervisione (Capo:c, Impiegato:m)

? CapiDeiRicchi (Capo:c)

Esempio 5

- Trovare matricola e nome dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più di 40 milioni.

- serve la negazione

CapiDiNonRicchi (Capo:c) ←

Supervisione (Capo:c,Impiegato:m),

**Impiegati (Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ,
s ≤ 40**

CapiSoloDiRicchi (Matricola: c, Nome: n) ←

Impiegati (Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ,

Supervisione (Capo:c,Impiegato:m),

not CapiDiNonRicchi (Capo:c)

? CapiSoloDiRicchi (Matricola: c, Nome: n)

Esempio 6

- Per ogni impiegato, trovare tutti i superiori.
- Serve la ricorsione

**Superiore (Impiegato: i, SuperCapo: c) ←
Supervisione (Impiegato: i, Capo: c)**

**Superiore (Impiegato: i, SuperCapo: c) ←
Supervisione (Impiegato: i, Capo: c'),
Superiore (Impiegato: c', SuperCapo: c)**

Datalog, semantica

- La definizione della semantica delle regole ricorsive è delicata (in particolare con la negazione)
- Potere espressivo:
 - Datalog non ricorsivo senza negazione è equivalente al calcolo senza negazione e senza quantificatore universale
 - Datalog non ricorsivo con negazione è equivalente al calcolo e all'algebra
 - Datalog ricorsivo senza negazione e calcolo sono incomparabili
 - Datalog ricorsivo con negazione è più espressivo di calcolo e algebra